ZESZYTY NAUKOWE UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO
DCLXI UNIVERSITATIS IAGELLONICAE ACTA MATHEMATICA, FASCICULUS XXIV 1984

О сопряженности в группах классов $K^{(2)}_{\frac{1}{4}}$ и $K_{\frac{1}{6}}$

Марек Паласиньски

В настоящей работе будем употреблять понятия и обозначения из [5]. М. Д. Гриндлингер [1] и позже С. Липшуц [3] доказали, что если в группе Γ из класса $K_{1/8}$ существует слово бесконечного порядка, то в Γ существует бесконечно много попарно несопряженных слов. С. Липшуц высказал гипотезу, что этим свойством обладают также другие группы с ограниченной мерой налегания определяющих слов. Докажем, что это действительно так, т. е. что этим свойством обладают группы классов $K^{(2)}_{1/4}$ и $K_{1/6}$. Ясно, что классы $K^{(2)}_{1/4}$ и $K_{1/6}$ существенно шире класса $K_{1/8}$.

Напомним некоторые результаты, полученные М. Д. Гриндлингером и С. Липшуцом, нужные для дальнейших рассуждений.

М. Д. Гриндлингер в [2] указал алгоритм, решающий проблему сопряженности для групп класса $K_{1/6}$. Этот алгоритм состоит в следующем:

Пусть группа Γ принадлежит классу $K_{1/6}$ и X, Y слова группы Γ. Для того, чтобы узнать, сопряжены ли слова X и Y, мы сначала записываем X на окружности, затем

a) сокращаем и

b) заменяем C на D, если существует определяющее слово R_i, вида $R_i \mathrel{\bar{\circ}} CD^{-1}$ и $\partial(C) > \frac{1}{2}\partial(R_i)$.

Когда уже невозможно применить операцию a) ни b), мы разбиваем полученное круговое слово между всякой парой рядом стоящих букв, получая конечный список $A_1, \ldots, A_r$.

c) если существует определяющее слово $R_i \mathrel{\bar{\circ}} B^{-1}A_jBC^{-1}$ такое, что $\partial(C) < \frac{1}{3}\partial(R_i) < \partial(A_j)$ и все круговые перестановки $C_1, \ldots, C_s$ слова C несократимые, то заменяем список слов $A_1, \ldots, A_r$ списком $C_1, \ldots, C_s$.

Обозначим слова в окончательном списке через $X_1, \ldots, X_p$. Из слова Y получим аналогичным образом список слов $Y_1, \ldots, Y_q$. Легко заметить, что X_i сопряженное X, Y_i сопряженное Y и операции a), b), c) не применимы к словам X_i и Y_j.

Случай 1. Каждое из множеств слов $\{X_i\}$ и $\{Y_i\}$ является пустым. Тогда $X = Y = 1$ и X и Y сопряженные.