

Różniczkowa teoria Galois

Wymagania wstępne: brak

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu: egzamin ustny

Język wykładowy: polski

Prowadzący: Zbigniew Hajto

Treści kształcenia:

1. Wstęp

Zarys historyczny. Symetrie równań różniczkowych według Liego. Prace Picarda i Vessiot. Uściślenie teorii Picarda-Vessiot. Teoria Umemury.

2. Pierścienie różniczkowe

Derywacje w pierścieniach. Rozszerzanie derywacji pierścienia całkowitego na jego ciało ułamków. Przykłady pierścieni różniczkowych. Wielomiany różniczkowe i funkcje wymierne. Ideały różniczkowe, derywacje pierścieni ilorazowych. Morfizmy pierścieni różniczkowych.

3. Rozszerzenia różniczkowe

Rozszerzenia różniczkowe pierścieni i ciał. Derywacje w rozszerzeniach algebraicznych ciał różniczkowych, twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności. Skończone grupy Galois.

4. Rozszerzenia Picarda-Vessiot

Wyznacznik Wrońskiego, liniowa niezależność rozwiązań. Algebra uniwersalna rozwiązań dla abstrakcyjnego liniowego równania różniczkowego nad ciałem k . Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozszerzeń Picarda-Vessiot.

5. Różniczkowa grupa Galois

Klasyczna definicja grupy Galois dla rozszerzeń algebraicznych, elementarne przykłady. Elementy pierwotne i eksponencjalne. Automorfizmy ciał różniczkowych. Grupa automorfizmów różniczkowych jako grupa Galois. Struktura algebraicznej grupy liniowej na różniczkowej grupie Galois dla rozszerzenia Picarda-Vessiot.

6. Twierdzenie fundamentalne różniczkowej teorii Galois

Korespondencja Galois. Rozszerzenia normalne. Funkcje elementarne. Rozszerzenia Liouville'a i rozwiązania przez kwadratury.

7. Wybrane zastosowania teorii Picarda-Vessiot

Niecałkowalność potencjałów jednorodnych. Uogólnienia rozszerzeń Picarda-Vessiot dla ciał różniczkowych cząstkowych. Informacja o rozszerzeniach związanych z równaniami nieliniowymi.

Zalecana literatura

1. M. van der Put, M.F. Singer, *Galois Theory of linear differential equations*, Grundlehren

der mathematischen Wissenschaften 328, Springer-Verlag 2003.

2. A. Magid, *Lectures on Differential Galois Theory*, University Lecture Series 7, AMS, 1997.

3. T. Crespo, Z. Hajto, *Introduction to Differential Galois Theory*, Monograph, Politechnika Krakowska, Kraków, 2007.

4. H. Żołądek, *The monodromy group*, Birkhäuser Verlag, Basel, 2006.