

Różniczkowanie algorytmiczne

Wymagania wstępne: Algorytmy i struktury danych

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu: egzamin

Język wykładowy: polski

Prowadzący: Daniel Wilczak

Treści kształcenia:

Różniczkowanie algorytmiczne to elegancka metoda wyliczania wartości pochodnych funkcji bez konieczności obliczania formuł na pochodną. Jest relatywnie łatwa w implementacji, a jej zastosowania są bardzo szerokie: od prostego wyliczania pochodnych dowolnego rzędu, poprzez zadanie optymalizacji, całkowanie numeryczne równań różniczkowych, do rozwijania w szeregi funkcji uwikłanych i rozmaitości.

Celem kursu jest zaznajomienie słuchaczy z podstawowymi zasadami różniczkowania algorytmicznego dla funkcji i równań różniczkowych. Omówione zostaną również metody optymalizacji drzew reprezentujących pochodne.

Metody prowadzenia zajęć:

- wykład z elementami konwersatorium
- ćwiczenia praktyczne, realizacja poznanych algorytmów w C++

Program kursu:

1. Podstawy różniczkowania algorytmicznego
 - FAD – forward algorithmic differentiation
 - BAD – backward algorithmic differentiation
 - ewaluacja stycznych i gradientów
 - liczenie hesjanu
 - minima funkcji jednej i wielu zmiennych
 - pochodne cząstkowe wyższych rzędów
 - symetrie pochodnych mieszanych – optymalizacja
 - wykorzystanie rzadkości wyrażeń
 - pochodne wyższych rzędów a pochodne kierunkowe
 - alternatywna metoda: propagacja dżetów
 - złożoność obliczeniowa wyliczania pochodnych dla FAD i BAD
 - NP-zupełność optymalnego wyliczania jacobianu

- zasoby pamięci komputera dla obliczania pochodnych

2. Metoda Taylora

- rekurencyjne wyznaczanie współczynników Taylora dla rozwiązań zagadnień początkowych równań różniczkowych zwyczajnych
- oszacowanie promienia zbieżności szeregu i otrzymanego błędu
- równania nieautonomiczne
- obliczanie pochodnych cząstkowych względem warunków początkowych
- pochodne cząstkowe względem warunków początkowych wyższych rzędów

3. Funkcje uwikłane

- wyznaczanie szeregów Taylora dla funkcji uwikłanej jednej zmiennej
- wyznaczanie szeregów Taylora dla funkcji uwikłanej wielu zmiennych
- przykładowe zastosowanie – obliczanie pochodnych odwzorowania Poincarego

Zalecana literatura:

1. A. Griewank, *Evaluating Derivatives: Principles and Techniques of Algorithmic Differentiation*, Other Titles in Applied Mathematics 105. SIAM, 2008.
2. J. Ombach, *Wykłady z równań różniczkowych wspomagane komputerowo – Maple*, wyd. II, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 1999.
3. L.B. Rall, *Automatic Differentiation: Techniques and Applications*, Lect. Notes Comput. Sci. 120, Springer, 1981.