

Topologia różniczkowa

Wymagania wstępne:

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu: egzamin ustny

Język wykładowy: polski

Prowadzący: Robert Wolak

Treści kształcenia:

1. Przypomnienie definicji rozmaitości, podrozmaitości, pola wektorowego, odwzorowania gładkiego pomiędzy rozmaitościami. Wiązka styczna i kostyczna, porównanie definicji, różniczka odwzorowania gładkiego. Przykłady.
2. Zbiory miary zero na rozmaitości, twierdzenie Sarda. Twierdzenie Whitneya o zanurzaniu.
3. Słaba i silna topologia Whitneya. Otwartość i gęstość zbiorów submersji, immersji, zanurzeń, odwzorowań właściwych itp.
4. Wiązki wektorowe. Podstawowe definicje i własności: subwiązki, cofnięcie, ciągi dokładne, morfizmy. Przykłady. Operacje na wiązkach wektorowych: iloczyn tensorowy, iloczyn zewnętrzny, suma Whitneya.
5. Formy różniczkowe na rozmaitościach, całkowanie form, twierdzenie Stokesa.
6. Teoria homologii i kohomologii rozmaitości. homologie i kohomologie singularne – przypomnienie. Kohomologia de Rhama. Przykłady.
7. Twierdzenie de Rhama.
8. Stopień funkcji, liczba przecięć, indeks pola wektorowego.
9. CW-kompleksy. Podstawowe definicje i własności, struktura komórkowa, lemat o dołączaniu komórek, operacje na CW-kompleksach, przykłady struktur komórkowych: sfera, przestrzeń rzutowa rzeczywista i zespolona.
10. Homologia komórkowa. Jednoznaczność teorii homologii i kohomologii dla CW-kompleksów.
11. Funkcje Morse'a. Lemat Morse'a. Gęstość zbioru funkcji Morse'a na rozmaitości. Przykłady.
12. Rozkład komórkowy rozmaitości zwartej. Twierdzenie o przejściu przez wartość krytyczną funkcji Morse'a.
13. Twierdzenie o dualności Poincarego dla rozmaitości zwartych.
14. Liczba punktów krytycznych funkcji gładkiej na rozmaitości zwartej. Przykłady.

Konstrukcja funkcji o zadanych punktach krytycznych.

Zalecana literatura:

1. J. Milnor, *Morse theory*, Annals of Mathematics Studies. No.51. Princeton University Press.
2. Y. Matsumoto, *An introduction to Morse theory*, AMS.
3. M. Goresky, R. MacPherson, *Stratified Morse theory*, Springer.
4. L. Nicolaescu, *An invitation to Morse theory*, Universitext Springer.