

Układy dynamiczne z czasem dyskretnym

Wymagania wstępne: brak

Formuła nauczania: wykład 30 godzin, ćwiczenia 30 godzin

Metoda oceny/forma zaliczenia przedmiotu: egzamin ustny i egzamin pisemny

Język wykładowy: polski lub angielski

Prowadzący: Dominik Kwietniak

Treści kształcenia:

Kurs stanowi wprowadzenie do teorii układów dynamicznych z czasem dyskretnym i różnych definicji chaosu dla tych układów. Kurs obejmuje następujące tematy:

1. Przykłady modeli matematycznych z czasem dyskretnym. Zastosowania iteracji w innych działach matematyki. Twierdzenie o odwzorowaniu zwężającym i nieoddalającym. Iteracje w teorii punktów stałych. Wykładniczy i logistyczny model wzrostu populacji. Metoda Newtona.

2. Podstawowe pojęcia i własności układów dynamicznych z czasem dyskretnym.

Portrety fazowe. Diagramy pajęczynowe. Orbity, punkty okresowe, zbiory graniczne. Stabilność punktów stałych i orbit okresowych. Konsekwencje różniczkowalności. Hiperboliczność. Topologiczne sprzężenie. Faktory i rozszerzenia. Podukłady.

3. Układy o zachowaniu regularnym. Układy liniowe. Homeomorfizmy okręgu.

4. Dynamika przekształceń odcinka. Twierdzenie Szarkowskiego. Rodzina odwzorowań logistycznych dla $\lambda \leq 4$ diagram bifurkacji i elementy analizy.

5. Uzupełnienia z topologii. Trójkowy zbiór Cantora. Zbiór Cantora i jego charakterystyka. Różne sposoby opisu. Twierdzenie Baire'a.

6. Elementy dynamiki symbolicznej.

Podstawowe definicje i własności związane z przesunięciem (shiftem) na przestrzeni ciągów nad alfabetem skończonym. Przykłady zastosowań. Podkowa Smale'a.

7. Punkty i układy minimalne. Przykłady. Układy tranzytywne i wrażliwe na warunki początkowe. Definicja chaosu w sensie Devaneya. Przykłady. Twierdzenie o wrażliwości układów chaotycznych w sensie Devaneya. Tranzytywność pociąga za sobą chaos dla przekształceń odcinka.

8. Rodzina odwzorowań logistycznych dla $\lambda > 4$. Istnienie niezmienniczego zbioru Cantora – repelera dla $\lambda > 2 + \sqrt{5}$ (opcjonalnie: dla $\lambda > 4$).

9. Homeomorfizmy okręgu. Podniesienia. Liczba obrotu. Klasyfikacja. Przykład Denjoya.

10. Bifurkacje i strukturalna stabilność. Dyfeomorfizmy Morse'a-Smale'a.
11. Przykłady w wyższych wymiarach. Hiperboliczne automorfizmy torusa. Podziały Markowa. Atraktor Henona.
12. Inne tematy (realizowane w zależności od zainteresowań słuchaczy i pozostałego czasu): Iteracje odwzorowań zmiennej zespolonej. Zbiory Julii i zbiór Mandelbrota. Fraktale. Wymiar Hausdorffa. Twierdzenie Hutchinsona. Elementy dynamiki topologicznej i teorii układów minimalnych. Dynamiczny dowód twierdzenia van der Waerdena i twierdzenie Furstenberga o wielopowracaniu. Entropia topologiczna. Elementy teorii ergodycznej. Różne definicje chaosu.

Zalecana literatura:

Literatura podstawowa:

1. R.L. Devaney, *An introduction to chaotic dynamical systems*, Wydanie 2, Westview, Boulder 2003.
2. R.A. Holmgren, *A first course in discrete dynamical systems*, Wydanie drugie, Universitext, Springer-Verlag, New York 1996.
3. A. Katok, B. Hasselblatt, *A First Course in Dynamics*, Cambridge UP, Cambridge 2003.
4. D. Lind, B. Marcus, *An introduction to symbolic dynamics and coding*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

Literatura uzupełniająca:

1. K.T. Alligood, T.D. Sauer, J.A. Yorke, *Chaos: an introduction to dynamical systems*, Springer, New York 2000.
2. L. Alsedà, J. Llibre, M. Misiurewicz, *Combinatorial dynamics and entropy in dimension one*, Wydanie drugie, World Scientific, River Edge 2000.
3. J. Auslander, *Minimal flows and their extensions*, Elsevier, Amsterdam 1988.
4. M. Brin, G. Stuck, *Introduction to Dynamical Systems*, Cambridge UP, Cambridge 2002.
5. K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Diamenty matematyki*, rozdz. 9-11, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.
6. B.P. Kitchens, *Symbolic dynamics. One-sided, two-sided and countable state Markov shifts*, Universitext, Springer-Verlag, Berlin 1998.
7. A. Katok, B. Hasselblatt, *Introduction to the modern theory of dynamical systems*, Cambridge UP, Cambridge 1996.

8. J. Kudrewicz, *Fraktale i chaos*, WNT, Warszawa 1996.
9. M. Pollicott, M. Yuri, *Dynamical Systems and Ergodic Theory* Cambridge UP 1998.
10. C.E. Silva, *Invitation to ergodic theory*, Student Mathematical Library 42, American Mathematical Society, Providence 2008.
11. I. Stewart, *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu*, PWN, Warszawa 2001.
12. P. Walters, *An Introduction to Ergodic Theory*, Springer-Verlag 1982.