

### **SYLABUS PRZEDMIOTU: Miara i całka**

| <b>Lp.</b> | <b>Elementy składowe sylabusu</b>                                                                                                            | <b>Opis</b>                                               |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| 1.         | <b>Nazwa przedmiotu</b>                                                                                                                      | Miara i całka                                             |
| 2.         | <b>Nazwa jednostki prowadzącej przedmiot</b>                                                                                                 | Wydział Matematyki i Informatyki, Instytut Matematyki     |
| 3.         | <b>Kod przedmiotu</b>                                                                                                                        |                                                           |
| 4.         | <b>Język przedmiotu</b>                                                                                                                      | Język polski                                              |
| 5.         | <b>Grupa treści kształcenia, w ramach której przedmiot jest realizowany</b>                                                                  | Przedmiot realizowany w ramach grupy treści kierunkowych. |
| 6.         | <b>Typ przedmiotu</b>                                                                                                                        | Przedmiot obowiązkowy do ukończenia całego toku studiów.  |
| 7.         | <b>Rok studiów, semestr</b>                                                                                                                  | Rok II, semestr III, specjalność <b>teoretyczna</b>       |
| 8.         | <b>Imię i nazwisko osoby (osób) prowadzącej przedmiot</b>                                                                                    |                                                           |
| 9.         | <b>Imię i nazwisko osoby (osób) egzaminującej bądź udzielającej zaliczenia w przypadku, gdy nie jest nim osoba prowadząca dany przedmiot</b> |                                                           |
| 10.        | <b>Formuła przedmiotu</b>                                                                                                                    | Wykład i ćwiczenia                                        |
| 11.        | <b>Wymagania wstępne</b>                                                                                                                     | Analiza matematyczna II                                   |
| 12.        | <b>Liczba godzin zajęć dydaktycznych</b>                                                                                                     | 30 godzin wykładu i 30 godzin ćwiczeń                     |
| 13.        | <b>Liczba punktów ECTS przypisana przedmiotowi</b>                                                                                           | 8                                                         |

|     |                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 14. | <b>Czy podstawa obliczenia średniej ważonej?</b>                                                                                                                                                                  | Przedmiot stanowi podstawę obliczenia średniej ważonej.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 15. | <b>Założenia i cele przedmiotu</b>                                                                                                                                                                                | Umiejętność przedstawiania konstrukcji miary i całki Lebesgue'a oraz ich własności; stosowania miary i całki w zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 16. | <b>Metody dydaktyczne</b>                                                                                                                                                                                         | Wykład prowadzony jest w tradycyjny sposób z ewentualnym wykorzystaniem projektora multimedialnego. Ćwiczenia głównie odbywają się przy tablicy, gdzie studenci rozwiązują zagadnienia teoretyczne i obliczeniowe.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| 17. | <b>Forma i warunki zaliczenia przedmiotu, w tym zasady dopuszczenia do egzaminu, zaliczenia z przedmiotu, a także formę i warunki zaliczenia poszczególnych form zajęć wchodzących w zakres danego przedmiotu</b> | Przedmiot kończy się egzaminem pisemnym i/lub ustnym. Do podejścia do egzaminu konieczne jest zaliczenie ćwiczeń. Podstawą uzyskania zaliczenia z ćwiczeń jest ocenianie ciągle i/lub kilka (ilość zależy od prowadzących ćwiczenia) pisemnych sprawdzianów.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| 18. | <b>Treści merytoryczne przedmiotu oraz sposób ich realizacji</b>                                                                                                                                                  | Sigma algebry: generowanie, produkty, lemat Dynkina, zbiory borelowskie. Funkcje mierzalne: własności, aproksymacja funkcjami prostymi, funkcje Baire'a. Miara: własności, przeniesienie miary przez odwzorowanie, atomy. Przykłady miar: Diraca, licząca, dyskretna, probabilistyczna, Haara, miara zewnętrzna, miara Hausdorffa. Rozszerzanie i uzupełnianie miar: warunek Carathéodory'ego, istnienie jednoznaczność rozszerzenia, iloczyn kartezjański miar, dystrybuanta miary probabilistycznej. Zbiory i miara Lebesgue'a: własności, zbiory miary zero, zbiory niemierzalne i rozkłady paradoksalne. Całka: konstrukcja, przykłady, własności, twierdzenia o przechodzeniu do granicy pod całką, całka względem przeniesienia miary, twierdzenie Fubinięgo, całka Lebesgue'a i jej związek z całką Riemanna. Nierówności całkowe: Höldera, Minkowskiego, Jensena, przestrzenie $L_p$ , splot. Różniczkowanie miar: bezwzględna ciągłość, miary ortogonalne i absolutnie ciągłe, gęstości, twierdzenie Radona-Nikodyma, twierdzenie o zmianie miary w całce. Miara i całka a topologia: miary regularne i ciasne, twierdzenia Jęgorowa i Łuzina, miary Radona, twierdzenie Riesz. |
| 19. | <b>Wykaz literatury podstawowej i uzupełniającej, obowiązującej do zaliczenia danego przedmiotu</b>                                                                                                               | Wykład ma charakter autorski, obowiązuje przede wszystkim materiał wyłożony, literatura ma charakter wyłącznie pomocniczy. Do odpowiednich zagadnień literatura podawana jest na bieżąco w trakcie wykładu.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |